ТЕОРЕТИЧЕСКИЙ ЭТАП МОСКОВСКОГО КОНКУРСА МЕЖПРЕДМЕТНЫХ НАВЫКОВ И ЗНАНИЙ

«ИНТЕЛЛЕКТУАЛЬНЫЙ МЕГАПОЛИС. ПОТЕНЦИАЛ» В НОМИНАЦИИ

«ИНЖЕНЕРНЫЙ КЛАСС» ПО НАПРАВЛЕНИЮ «Курчатовские классы», 2024-2025 УЧ. ГОД.

Методические рекомендации к выполнению заданий по теории (математика, информатика, физика), разработанные преподавателями РХТУ им. Д.И. Менделеева

№ задания	Уникальные кодификаторы Конкурса	Балл
1.	Математика. Базовый уровень. 11 класс. 1. Модуль «Алгебра и начала математического анализа». 1.2. Функции и их графики; 1.2.6. Преобразования графиков функций: сдвиг вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств. Математика. Углубленный уровень. 11 класс. 1. Модуль «Алгебра и начала математического анализа». 1.2. Уравнения и неравенства; 1.2.1. Решение уравнений и неравенств, содержащих переменную под знаком модуля.	5
2.	Математика. Углублённый уровень. 10 класс. 1. Модуль «Алгебра и начала математического анализа». 1.3. Функции; 1.3.7 Наибольшее и наименьшее значения функции. Периодические функции и наименьший период. Чётные и нечётные функции. Функции «дробная часть числа» $y = \{x\}$ и «целая часть числа» $y = [x]$.	6
3.	Математика. Углублённый уровень. 11 класс. 1. Модуль «Алгебра и начала математического анализа». 1.2. Уравнения и неравенства; 1.2.3. Уравнения, системы уравнений с параметром; 1.2.4. Множества на координатной плоскости; 1.4. Начала математического анализа; 1.4.3. Касательная к графику функции. Геометрический и физический смысл производной. Применение производной в физике.	7
4.	Математика. Базовый уровень. 10 класс. 1. Модуль «Алгебра и начала математического анализа». 1.3 Функции; 1.3.5. Графическое решение уравнений и неравенств с использованием свойств и графиков изученных функций.	5

5.	Информатика. Углублённый уровень. 10 класс. 3. Алгоритмы и программирование. 3.13. Сортировка и поиск. Пузырьковая сортировка. Слияние двух упорядоченных последовательностей в одну. Сортировка выбором. Сортировка вставками. Сортировка слиянием. Вычислительная сложность алгоритма.	6
6.	Информатика. Базовый уровень. 10 класс. 2. Системы счисления. 2.2. Перевод целых чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную и шестнадцатеричную и обратно; 2.3. Сравнение чисел, записанных в двоичной, восьмеричной и шестнадцатеричной системах счисления, и выполнение с ними арифметических действий.	5
7.	Информатика. Базовый уровень. 11 класс. 1. Алгоритмы и элементы программирования. 1.1. Алгоритмические конструкции и их запись на выбранном языке программирования. Разработка и программная реализация алгоритмов решения типовых задач базового уровня из различных предметных областей, например, составление программы нахождения цифр записи натурального числа в позиционной системе счисления с основанием, меньшим или равным 10; 1.2. Понятия вспомогательного алгоритма и подпрограммы; правила описания и использования подпрограмм. Использование циклов и подпрограмм для решения простых переборных задач.	6
8.	Информатика. Базовый уровень. 11 класс. 2. Моделирование; 2.1. Решение алгоритмических задач, связанных с анализом графов, например, построение оптимального пути между вершинами ориентированного графа, определение количества различных путей между вершинами; 2.3. Построение и анализ графа логической игры. Выигрышные стратегии.	6
9.	Физика. Базовый уровень. 10 класс. 2.3. Законы сохранения в механике; 2.3.5. Кинетическая энергия материальной точки. Теорема о кинетической энергии; 3.2. Основы термодинамики; 3.2.5. Тепловые машины. Принцип действия тепловых машин. Преобразование энергии в тепловых машинах. КПД тепловой машины. Цикл Карно и его КПД.	5
10.	Физика. Углублённый уровень. 10 класс. 3.1. Основы МКТ; 3.1.6. Газовые законы. Уравнение Клапейрона – Менделеева; 3.2. Основы термодинамики; 3.2.7. Количество теплоты. Теплоёмкость тела. Удельная теплоёмкость вещества. Удельная теплота сгорания топлива. Расчёт	10

	количества теплоты при теплопередаче; 3.2.12. Принцип действия тепловых машин. КПД. Максимальное значение КПД. Цикл Карно.	
11.	Физика. Углублённый уровень. 10 класс. 4.2. Постоянный электрический ток; 4.2.5. Работа электрического тока. Закон Джоуля – Ленца.	10
12.	Физика. Базовый уровень. 11 класс. 7.1. Элементы квантовой оптики; 7.1.1. Фотоны. Формула Планка связи энергии фотона с его частотой. Энергия и импульс фотона.	5
Сумма баллов:		76

Максимальное количество баллов, которое может получить участник конкурса, 60. Они обеспечиваются решением 10 задач. Задачи в разделе «Информатика» №7 и №8 и в разделе «Физика» №10 и №11 - взаимозаменяемы и могут быть выбраны участником на своё усмотрение.

II. Участники конкурса должны знать и уметь:

Математика

Знать:

- Линейная функция и её график;
- Модуль функции;
- Линейное уравнение;
- Уравнение с параметром;
- Периодическая функция, наименьший положительный период;
- Наименьшее общее кратное нескольких чисел;
- Целая часть числа, дробная часть числа;
- Квадратичная функция, её свойства и график;
- Степенная функция, её свойства и график;
- График функции у=$\sqrt{x}$;
- Преобразования графиков функций: сдвиг вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, отражение относительно координатных осей. Графические методы решения уравнений и неравенств;
- Пересечение множеств на координатной плоскости;
- Производная функции в точке, её геометрический смысл. Касательная к графику функции;
- Квадратичное уравнение;
- Условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.

Уметь:

- Находить точки пересечения графиков функций;
- Решать уравнения и неравенства, содержащих переменную под знаком модуля;
- Решать линейные и квадратичные уравнения и их системы;
- Решать задачи с использованием числовых функций и их графиков;
- Находить пересечения множеств на плоскости;
- Использовать свойства квадратичной функции;
- Находить наименьший положительный период нескольких функций;
- Находить наименьшее общее кратное нескольких чисел;
- Выполнять преобразования графиков функций: сдвиг вдоль координатных осей, растяжение и сжатие, отражение относительно координатных осей;
- Находить производные функции;
- Находить угловой коэффициент касательной к графику функции в заданной точке;
- Решать системы алгебраических уравнений, содержащих степенную функцию, функцию у=$\sqrt{x}$;
- Использовать условия параллельности и перпендикулярности двух прямых на плоскости.

РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ

Задача 1

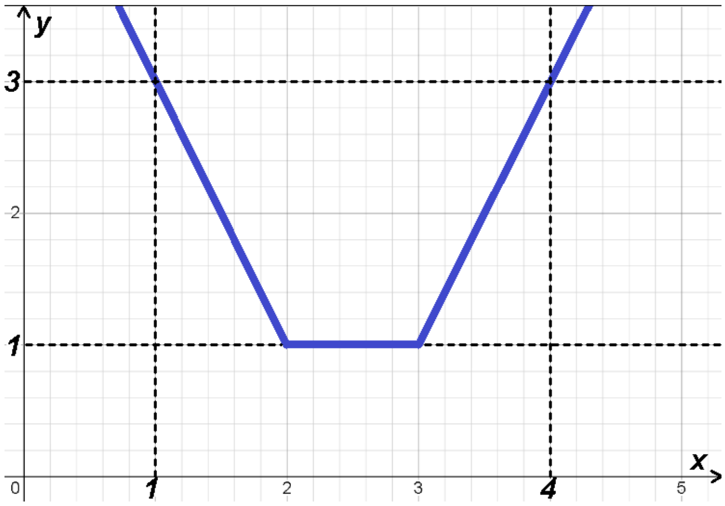
Найдите все значения параметра a, при которых графики функций $y=a$, $y=|x-2|+|x-3|$пересекаются, и абсциссы точек пересечения этих графиков принадлежат отрезку $[1;4]$.

Ответ: $[1;3]$

<u>Решение</u>

Если графики функций $y=a$, $y=|x-2|+|x-3|$ пересекаются, то в точках пересечения имеет место равенство: $|x-2|+|x-3|=a$.

График функции $y=a$ представляет собой прямую, параллельную оси Ох, то есть горизонтальную прямую. График функции $y=|x-2|+|x-3|$ изображён синим цветом: $y=\left[\begin{array}{c} 5-2x, если x\in \\ 1, если x\in \\ 2x-5, если x\in(3;+\infty) \end{array}\right.$



Поскольку абсциссы графиков по условию задачи принадлежат отрезку $[1;4]$, то находим значение $a=y$: от 1 до 2·4-5 = 5-2·1=3.

Ответ: $[1;3]$

Задача 2

Определите наименьший положительный период функции:

$$f(x)=3\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot x}{3}+3\right)+5\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot x}{5}+5\right)+7\cdot tg\left(\frac{\pi}{7}\right)+7.$$

Ответ: 30

<u>Решение</u>

Заданная функция определяется четырьмя слагаемыми, из которых два последних являются константами и не могут изменить периода функции: они лишь смещают график параллельно оси Оу. Наименьшие периоды Т функций *sin(ax+b)* и *cos(ax+b)* находятся по формуле: $T=\frac{2\pi}{a}$. Умножение этих функций на числовой коэффициент растягивает (или сжимает) график вдоль оси Оу, а периода - не меняет. Значит, наименьший период для первого слагаемого:

$3\cdot\sin\left(\frac{\pi\cdot x}{3}+3\right)$ равен $T_1=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{3}}=6$, для второго: $5\cdot\cos\left(\frac{\pi\cdot x}{5}+5\right)$ равен $T_2=\frac{2\pi}{\frac{\pi}{5}}=10$. Наименьший период суммы двух периодических функций равен наименьшему общему кратному их периодов: НОК (6;10)=30.

Ответ: 30

Задача 3

Найдите значение a, при котором пересечение множеств точек на плоскости, лежащих не ниже кривой $y=(x-4)^3+a$ и не левее кривой $x=(y-5)^2+4$, состоит из единственной точки. Представьте дробную часть полученного значения a в виде алгебраической суммы степеней числа 6 и сложите все показатели степеней. В ответ запишите модуль полученной суммы показателей этих степеней в виде обыкновенной несократимой дроби: m/n (без пробелов).

Ответ: 7/5

Решение

Пересечение упомянутых в тексте множеств может быть представлено в виде системы неравенств:

$$\begin{cases} y \geq (x-4)^3 + a \\ x \geq (y-5)^2 + 4 \end{cases}$$

На рисунках красным цветом представлена смещённая кубическая парабола $y=(x-4)^3+a$, синим цветом – кривая второго порядка $x=(y-5)^2+4$ (или $y=5\pm\sqrt{x-4}$).

На рисунках 1-3 представлены случаи взаимного расположения кривых, когда пересечением упомянутых множеств является или пустое множество, или множество, состоящее более чем из одной точки, что не удовлетворяет условию задачи. Условие задачи выполняется, когда эти кривые пересекаются друг с другом в одной точке (Рисунок 4). Касание кубической параболы возможно только с верхней ветвью кривой

$x=(y-5)^2+4$. Эта ветвь задаётся функцией: $y=5+\sqrt{x-4}$.

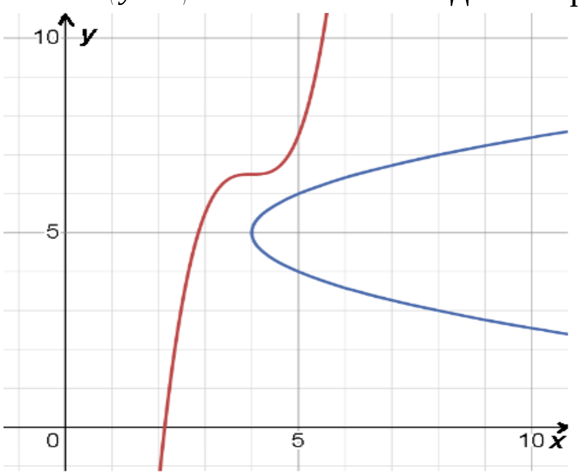


Рисунок 1

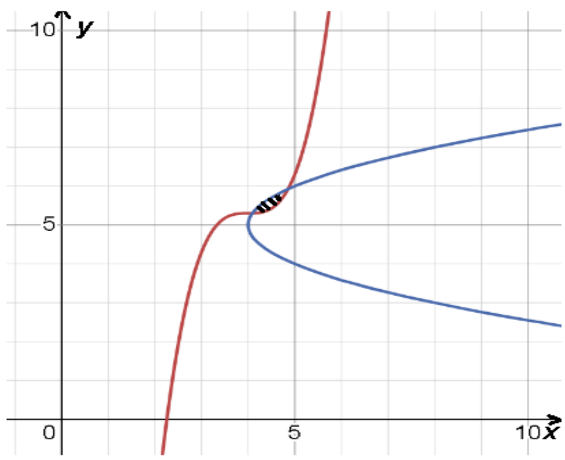


Рисунок 2

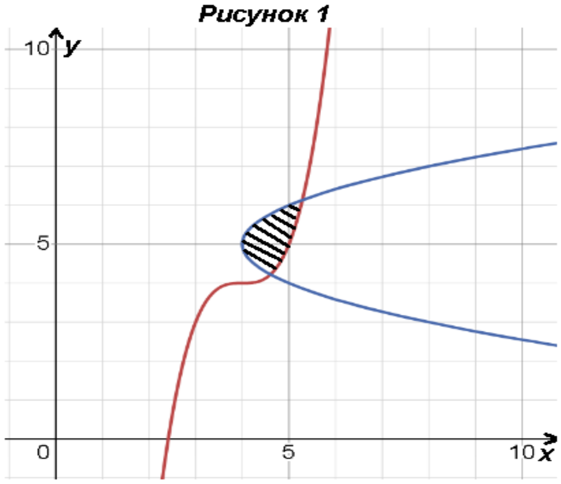


Рисунок 3

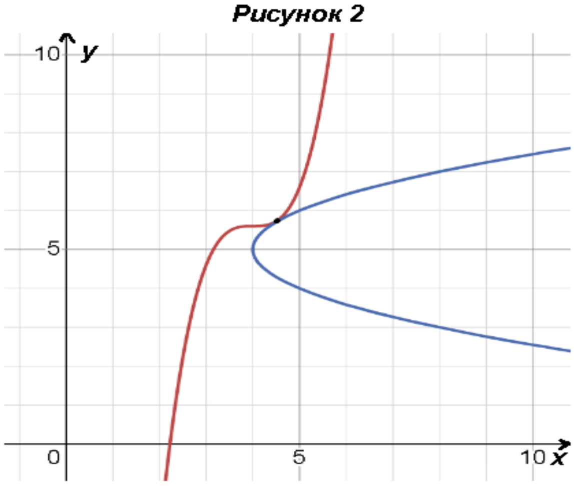


Рисунок 4

В точке касания кривых их касательные совпадают, следовательно, угловые коэффициенты касательных одинаковые, а значит, значения производных этих функций в точке касания должны быть равны. Кроме того, значения функций в точке касания тоже совпадают. Следовательно, можно составить систему уравнений, в которой неизвестными будут абсцисса точки касания и неизвестный параметр a.

Найдём производные функций.

Для функции $y=(x-4)^3+a$

$$y'=3\cdot(x-4)^2.$$

Для функции $y=5+\sqrt{x-4}$

$$y'=\frac{1}{2\cdot\sqrt{x-4}}$$

Таким образом, задача сводится к решению системы алгебраических уравнений:

$$\begin{cases} 3\cdot(x-4)^2=\dfrac{1}{2\cdot\sqrt{x-4}} \\ (x-4)^3+a=5+\sqrt{x-4} \end{cases}$$

Возведём в квадрат первое уравнение: $9\cdot(x-4)^4=\dfrac{1}{4\cdot(x-4)}$.

Тогда $36\cdot(x-4)^5=1$; $x=\left(\dfrac{1}{36}\right)^{\frac{1}{5}}+4$. Выразим a из второго уравнения системы: $a=\sqrt{\left(\dfrac{1}{36}\right)^{\frac{1}{5}}}+5-\left(\left(\dfrac{1}{36}\right)^{\frac{1}{5}}\right)^3$. Дробную часть числа, по условию задачи, представим в виде степеней с основанием 6:

$a=6^{\frac{-1}{5}}+5-6^{\frac{-6}{5}}$

Сумма показателей степеней дробной части равна $\dfrac{-7}{5}$, а модуль этого числа равен 7/5.

Ответ: 7/5

Задача 4

На гиперболе $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ найдите точки, в которых касательная к этой гиперболе параллельна прямой y=2x+1. В ответе запишите наибольшую из абсцисс полученных точек.

Ответ: 0

<u>Решение</u>

Угловые коэффициенты касательной к гиперболе $y=\dfrac{x-1}{x+1}$ и прямой y=2x+1 совпадают и равны 2, поскольку прямые параллельны.

Угловой коэффициент касательной совпадает со значением производной в точке касания. Найдём производную функции $y=\frac{x-1}{x+1}$:

$$y'=\frac{(x-1)'\cdot(x+1)-(x-1)\cdot(x+1)'}{(x+1)^2}=\frac{x+1-x+1}{(x+1)^2}=\frac{2}{(x+1)^2}$$

Следовательно, $\frac{2}{(x+1)^2}=2$. Значит, $(x+1)^2=1$. Отсюда следует: $\left[\begin{array}{l} x+1=1 \\ x+1=-1 \end{array}\right.$, тогда x=0 или x=-2. Наибольшее значение абсциссы x=0.

Ответ: 0

Информатика:

Знать

- Системы счисления;
- Правила перевода чисел из одной системы счисления в другую;
- Правила сравнения чисел в различных системах счисления;
- Что такое блок-схема, основные элементы блок-схемы?
- Типы блок-схем;
- Виды сортировки элементов в массиве;
- Основы робототехники и принципы передвижения (работы) робота.

Уметь

- Представлять и сравнивать числа в различных системах счисления;
- Переводить числа из одной системы счисления в другую;
- Применять различные виды сортировки элементов в массиве;
- Отличать алгоритм от функции;
- Ориентироваться в плоскости (на координатной сетке);
- Представлять различные решения задач с одинаковым условием;
- Составлять план решения задачи;
- Находить оптимальное решение задачи за минимальное время.

Задание 5

Дана числовая последовательность:

470 33 94 100 35 71 52 44 87

За сколько циклов будет произведена пузырьковая сортировка этой числовой последовательности в порядке возрастания величин? Учитывать только минимально необходимое количество циклов для полной сортировки.

Пузырьковая сортировка — это алгоритм, который используется для сортировки элементов списка в порядке возрастания путём сравнения двух соседних значений.

Если первое значение выше второго, то первое значение занимает позицию второго значения, а второе значение занимает позицию первого значения. Если первое значение меньше второго, то замена не производится.

Этот процесс повторяется до тех пор, пока все значения в списке не будут сравнены и при необходимости не заменены местами.

Каждую итерацию обычно называют проходом. Количество проходов при пузырьковой сортировке равно количеству элементов в списке минус один.

<u>Решение</u>

Максимально возможное число итераций внешнего цикла: n-1 = 10-1 = 9. Внешний цикл может прекратить работу раньше, если внутренний цикл, сравнивающий соседние элементы, завершит сортировку.

1-й элемент находится на своём месте. Рассмотрим элементы со 2 по 10 (max 8 проходов):

70	33	94	100	35	71	52	44	87

Цикл 1:

Сравниваем 4 и 70 → не меняем (4, 70, ...).

Сравниваем 70 и 33 → меняем (4, 33, 70, ...).

Сравниваем 70 и 94 → не меняем (4, 33, 70, 94, ...).

Сравниваем 94 и 100 → не меняем (4, 33, 70, 94, 100, ...).

Сравниваем 100 и 35 → меняем (4, 33, 70, 94, 35, 100, ...).

Сравниваем 100 и 71 → меняем (4, 33, 70, 94, 35, 71, 100, ...).

Сравниваем 100 и 52 → меняем (4, 33, 70, 94, 35, 71, 52, 100, ...).

Сравниваем 100 и 44 → меняем (4, 33, 70, 94, 35, 71, 52, 44, 100, ...).

Сравниваем 100 и 87 → меняем (4, 33, 70, 94, 35, 71, 52, 44, 87, 100).

Последовательность после первого цикла: 4, 33, 70, 94, 35, 71, 52, 44, 87, 100.

Цикл 2:

Сравниваем 4 и 33 → не меняем (4, 33, ...).

Сравниваем 33 и 70 → не меняем (4, 33, 70, ...).

Сравниваем 70 и 94 → не меняем (4, 33, 70, 94, ...).

Сравниваем 94 и 35 → меняем (4, 33, 70, 35, 94, ...).

Сравниваем 94 и 71 → меняем (4, 33, 70, 35, 71, 94, ...).

Сравниваем 94 и 52 → меняем (4, 33, 70, 35, 71, 52, 94, ...).

Сравниваем 94 и 44 → меняем (4, 33, 70, 35, 71, 52, 44, 94, ...).

Сравниваем 94 и 87 → меняем (4, 33, 70, 35, 71, 52, 44, 87, 94, 100).

Последовательность после второго цикла: 4, 33, 70, 35, 71, 52, 44, 87, 94, 100.

Цикл 3:

Сравниваем 4 и 33 → не меняем (4, 33, ...).

Сравниваем 33 и 70 → не меняем (4, 33, 70, ...).

Сравниваем 70 и 35 → меняем (4, 33, 35, 70, ...).

Сравниваем 70 и 71 → не меняем (4, 33, 35, 70, 71, ...).

Сравниваем 71 и 52 → меняем (4, 33, 35, 70, 52, 71, ...).

Сравниваем 71 и 44 → меняем (4, 33, 35, 70, 52, 44, 71, ...).

Сравниваем 71 и 87 → не меняем (4, 33, 35, 70, 52, 44, 71, 87, ...).

Последовательность после третьего цикла: 4, 33, 35, 70, 52, 44, 71, 87, 94, 100.

Цикл 4:

Сравниваем 4 и 33 → не меняем (4, 33, ...).

Сравниваем 33 и 35 → не меняем (4, 33, 35, ...).

Сравниваем 35 и 70 → не меняем (4, 33, 35, 70, ...).

Сравниваем 70 и 52 → меняем (4, 33, 35, 52, 70, ...).

Сравниваем 70 и 44 → меняем (4, 33, 35, 52, 44, 70, ...).

Сравниваем 70 и 71 → не меняем (4, 33, 35, 52, 44, 70, 71, ...).

Последовательность после четвертого цикла: 4, 33, 35, 52, 44, 70, 71, 87, 94, 100.

Цикл 5:

Сравниваем 4 и 33 → не меняем (4, 33, ...).

Сравниваем 33 и 35 → не меняем (4, 33, 35, ...).

Сравниваем 35 и 52 → не меняем (4, 33, 35, 52, ...).

Сравниваем 52 и 44 → меняем (4, 33, 35, 44, 52, ...).

Последовательность после пятого цикла: 4, 33, 35, 44, 52, 70, 71, 87, 94, 100.

Ответ: за пять циклов последовательность отсортируется полностью.

2. Системы счисления.

Перевод целых чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную и шестнадцатеричную и обратно.

Для перевода целого двоичного числа в восьмеричное необходимо разбить на группы по три цифры (триады) справа налево, а затем преобразовать каждую группу в восьмеричную цифру (таблица 1).

Если в последней левой группе окажется меньше трех цифр, то необходимо ее дополнить слева нулями.

Таблица 1. Преобразования двоичных триад (групп по 3 цифры) в восьмеричные цифры.

Двоичные триады	000	001	010	011	100	101	110	111
Восьмеричные цифры	0	1	2	3	4	5	6	7

Для перевода чисел из двоичной системы в шестнадцатеричную пользуемся тем же принципом, однако надо разбивать исходное число на группы по 4 цифры (тетрады).

Если в последней левой группе окажется меньше четырех цифр, то необходимо ее дополнить слева нулями, как и при переводе чисел из двоичной системы счисления в восьмеричную.

Для перевода из восьмеричной системы в двоичную данную операцию следует проводить в обратном порядке, отбрасывая ведущие нули первой триады.

Таблица 2. Преобразования двоичных тетрад (групп по 4 цифры) в восьмеричные цифры.

Двоичная тетрада	Шестнадцатеричные цифры
0000	0
0001	1
0010	2
0011	3
0100	4
0101	5
0110	6
0111	7
1000	8
1001	9
1010	A
1011	B
1100	C
1101	D
1110	E
1111	F

Для перевода из шестнадцатеричной системы в двоичную данную операцию следует проводить в обратном порядке, отбрасывая ведущие нули первой тетрады.

Для сложения чисел в двоичной системе счисления выполним следующие шаги:

1. Запишем числа в столбик.
2. Произведем поразрядное суммирование цифр, начиная с младшего разряда, как в десятичной системе.
3. Если сумма цифр текущего разряда превышает его размер, то происходит перенос единицы в старший разряд.

4. Правила сложения двоичных чисел:

$0 + 0 = 0;$

$0 + 1 = 1;$

$1 + 1 = 10.$

Для <u>сравнения</u> двух чисел, записанных в двоичной системе счисления, необходимо сравнивать их по разрядам от большего к меньшему, то есть слева направо.

Задание 6

$X=100101101_2$;

$Y=3BEF_{16}$;

$Z=36275_8$;

Произвести арифметические операции:

ans=X+Y-Z

Результат представить в двоичной системе счисления. Сравнить полученный результат с образцом 1011110_2. Выбрать результат сравнения.

А. Результат больше образца

Б. Результат равен образцу

В. Результат меньше образца

<u>Решение</u>

Число X представлено в двоичной системе счисления. Необходимо перевести в эту же систему Y и Z.

Для перевода числа Y из шестнадцатеричной системы в двоичную воспользуемся таблицей 3. Получим:

3_{16} – 0011_2 (это первая тетрада; отбрасываем ведущие нули, получаем 11_2).

B_{16} – 1011_2

E_{16} – 1110_2

F_{16} – 1111_2

Таким образом, получим $Y=11101111101111_2$.

Далее переведем число $Z=36275_8$ в двоичную систему счисления. Для этого воспользуемся таблицей 2.

3_8 – 011_2 (это первая триада; отбрасываем ведущие нули, получаем 11_2)

6_8 – 110_2

2_8 – 010_2

7_8 – 111_2

5_8 – 101_2

Таким образом, получим $Z= 11110010111101_2$.

Проведем сложение пошагово: вначале получим сумму X и Y, равную 11110100011100_2.

Добавочный ряд				1	1	1	1	1		1	1	1	1	
X						1	0	0	1	0	1	1	0	1
Y	1	1	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	1
Результат сложения F	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0

Теперь к получившемуся числу прибавим Z_2= 11110010111101.

Добавочный ряд	1	1	1					1	1	1	1			
F	1	1	1	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	0
Z	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1	0	1
Результат сложения ans	11	1	1	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1

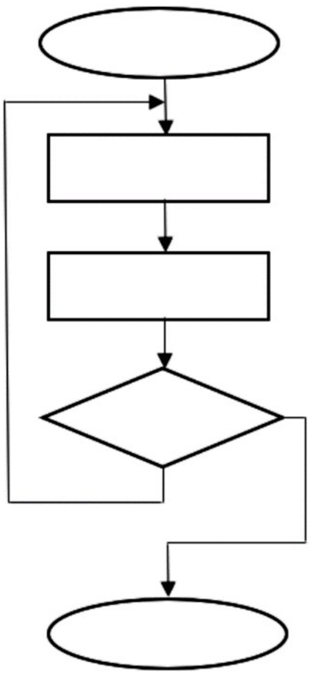
ans=100101101+11101111101111+11110010111101=111100111011001_2

Сравним полученное число 111100111011001_2 с образцом 1011110_2. Пользуясь правилом сравнения по разрядам, видим, что образец имеет меньше разрядов, чем ans. Таким образом, результат больше образца.

Ответ: А.

Задание 7

Управляющая алгоритмическая конструкция какого вида представлена блок-схемой?



A. Ветвление
A. Цикл с предусловием
B. Цикл с постусловием
C. Следование

<u>Решение</u>

Блок-схема с постусловием, т.к. в цикле блок условия стоит после блоков действия.

Ответ: С.

Задание 8

Исполнитель Робот передвигается шагами по координатной сетке. Система включает 2 команды: одна команда движения «Шаг» и одна структурная команда «Повторить».

«Шаг» (X, Y) – перемещение Робота в точку с координатами (X, Y) относительно текущего положения. Например, если Робот стоит в точке (-2, 7), то после выполнения команды «Шаг» (10, -10) он окажется в точке с координатами (8, -3). В качестве значений координат могут быть целые числа или арифметические выражения с целочисленным значением.

«Повторить» n {...} – последовательность команд в фигурных скобках повторяется n раз.

Известно, что в результате выполнения программы:

Повторить 8
{
Повторить 5 {Шаг (A, -2)}
Повторить 2 {Шаг (3, B)}
}

Робот переместился с (20, 2) на (228, -126). Найти и соотнести параметры A и B с соответствующими верными значениями.

Параметр	Значение параметра
A	a) 4
B	b) 2
	c) -3
	d) -2

<u>Решение</u>

За 5 шагов по оси X смещение будет (5A; -10).

За 2 шага по оси Y смещение будет (6; 2B).

Далее в общем цикле на 8 повторений циклы на 5 шагов и на 2 шага идут последовательно, т.е. общее смещение за один проход общего цикла составит:

(5*A+6; -10+2*B)

Соответственно, за 8 проходов смещение будет:

8*(5*A+6; -10+2*B) → (40*A+48; -80+16*B).

Если учитывать точку старта (20;2) и прибавить к ней заданное смещение, получим:

(20+40*A+48;2-80+16*B),

Попадаем в точку (228,-126).

Составим уравнение, в котором A и B выступят в качестве неизвестных:

20+40*A+48=228

2-80+16B=-126

Отсюда: A=4, B=6.

Ответ: A – a; B – c.

Физика:

Знать

- Физические термины, суть физических явлений и их описание. Основные законы физики в рамках школьной программы. Физические величины и единицы их измерения в системе СИ;
- Законы кинематики и динамики прямолинейного, равномерного и равноускоренного движения материальной точки;
- Механическая работа. Кинетическая и потенциальная энергия. Закон сохранения механической энергии;
- Основы молекулярно-кинетической теории газов. Количество вещества. Основное уравнение состояния идеального газа. Основы термодинамики. Тепловые двигатели. Коэффициент полезного действия. Теплота сгорания топлива;
- Электрический ток. Сила тока, напряжение, сопротивление. Основные законы постоянного тока (Ома, Джоуля-Ленца). Источники тока;
- Основы квантовой физики. Связь между энергией, импульсом фотона и частотой излучения.

Уметь

- Распознавать к каким разделам физики относятся задания и выбирать нужные законы физики для их решения. Применять стандартные методы и приемы решения задач к комбинированным заданиям (объединяющим в себе законы из разных разделов физики). Сопоставлять разные виды энергии (механической, тепловой, электрической), применяя закон сохранения энергии для перехода между разными разделами физики. Применять математические знания для решения физических задач, в том числе для численных расчетов;
- Решать задачи по механике, молекулярной физике и термодинамике;
- Решать задачи с использованием основных законов постоянного тока;
- Решать задачи по квантовой оптике.

Задание 9

По правилам дорожного движения водители транспортных средств должны останавливаться и пропускать пешеходов, переходящих дорогу. Предлагается оценить во сколько обходится каждая такая остановка владельцу легкового автомобиля массой 2 т., движущегося со скоростью 60 км/ч. Считать, что коэффициент полезного действия бензинового двигателя η = 20%, удельная теплота сгорания и плотность бензина составляют, соответственно, 46 МДж/кг и 750 кг/м^3. 1 литр бензина стоит 50 руб. Диссипативными силами и расходом топлива при простое автомобиля с работающим двигателем (на холостом ходу) пренебречь. Ответ выразите в рублях с точностью до целых.

Ответ: 2 рубля.

<u>Решение</u>

Поскольку на торможение автомобиля топливо не тратится, задача сводится к нахождению механической работы двигателя на приращение кинетической энергии остановившегося автомобиля: $A = mv^2/2$. Эта работа совершается за счет сгорания топлива, выделяющего теплоту: $Q = m_б q$, где $m_б=\rho V$ – масса израсходованного бензина (ρ и V – плотность и объем бензина), q – удельная теплота сгорания. С учетом КПД получим:

$$A=\frac{\eta Q}{100}\Longrightarrow \frac{mv^2}{2}=\frac{\eta\rho Vq}{100}\Longrightarrow V=\frac{100\,mv^2}{2\eta\rho q}=0.04 \text{ л.}$$

Этот объем бензина стоит 0.04 л · 50 руб/л = 2,01 руб ≈ 2 руб.

Ответ: 2 рубля.

Задание 10

Водород считается самым экологически чистым топливом, поскольку при его сгорании образуется только вода. Однако для использования водорода в автомобильном транспорте до сих пор нерешенной остается проблема его безопасного хранения. Так, при нормальной температуре газовый баллон, идентичный по объему с автомобильным бензобаком (V = 40 л), может быть заправлен газообразным водородом до давления не более
p = 15 МПа (около 150 атм). Какое расстояние s смог бы проехать автомобиль, используя в качестве топлива водород, содержащийся в таком баллоне, если одного бака бензина хватает на $s_б$ = 500 км? Тепловой эффект (экзотермической) реакции $2H_2(г)+O_2(г) \rightarrow 2H_2O(ж)$ составляет $Q_г$ = 485 кДж; удельная теплота сгорания бензина равна q = 46 МДж/кг, его плотность 750 кг/м^3; универсальная газовая постоянная R = 8,31 Дж/(моль · К). КПД двигателя считать одинаковым для обоих видов топлива; сжатый водород принять за

идеальный газ. Дополнительную работу, которую способен совершить сжатый газ при изотермическом расширении, не учитывать. Ответ представить с точностью до км.

Ответ: 23 км.

<u>Решение</u>

1) Найдем, сколько тепловой энергии от сгорания бензина $Q_б$ расходует автомобиль на преодоление расстояния $s_б$: $Q_б = m_б \cdot q = \rho V \cdot q = 1380$ МДж (здесь $m_б = \rho V$ – масса бензина в объеме бака автомобиля V).
2) Пользуясь уравнением состояния идеального газа (Менделеева-Клапейрона) $pV = \nu RT$, найдем количество вещества ν – газообразного (молекулярного) водорода, заключенного в баллоне, объемом V при давлении p и нормальной температуре T: $\nu = \frac{pV}{RT} = \frac{15 \cdot 10^6 \cdot 40 \cdot 10^{-3}}{8.31 \cdot 273} = 264{,}48$ *моль*.
3) Судя по уравнению химической реакции окисления водорода, при сгорании $\nu_г = 2$ моль водорода выделяется $Q_г = 485$ кДж теплоты. Значит, при сгорании $\nu = 264{,}48$ моль водорода выделится теплота, равная $Q = Q_r \frac{\nu}{\nu_r} = 485 \cdot 10^3 \frac{264{,}48}{2} = 64136400\ Дж \approx 64{,}14\ МДж$.
4) На движение автомобиля затрачивается не только теплота сгорания водорода, но и работа сжатого газа при его изотермическом расширении: $A = \nu RT \cdot \ln \frac{p}{p_a}$, где $p_а = 10^5$ Па – атмосферное (нормальное) давление. Однако в данной задаче учет этой добавочной энергии не требуется.
5) Так как КПД бензинового $\eta = \frac{A_{полезное}}{Q_б} = \frac{Fs_б}{Q_б}$ и водородного двигателей $\eta = \frac{Fs}{Q}$ считаем одинаковыми, то пробег найдем, составляя пропорцию: $\frac{\cancel{F} s_б}{Q_б} = \frac{\cancel{F} s}{Q}$, где F – сила тяги автомобиля (можно считать, что при постоянном стиле вождения, одинаковом сопротивлении воздуха и прочих равных условиях, средняя сила тяги автомобиля одинакова для обоих случаев). Отсюда, после подстановок получаем: $s = \frac{Qs_б}{Q_б} = \frac{Q_r\, p\, V\, s_б}{RT\, \nu_r\, \rho\, V\, q} = 23239\ м \approx 23\ км$.

Т.е., на водороде автомобиль проедет в 22 раза меньшее расстояние, чем на бензине.

Дополнительный комментарий: для грубых оценок достаточно понять, что в 40-литровом баллоне при давлении 150 атм находится газообразного водорода (с молярной массой М = 0.002 кг/моль) всего лишь $m = M\frac{pV}{RT}$

=0.53 кг, в то время как в таком же по объему баке бензина содержится $m_б$ = ρV = 30 кг топлива, пусть даже и меньшей теплотворной способности. Этим и обусловлена существенная разница между теплотой, выделяемой при сгорании водорода и бензина.

Ответ: 23 км

Задание 11

На корпусе «пальчикового» аккумулятора (типоразмера АА) указана его емкость - 2700 мА · ч и номинальное напряжение 1,4 В. Если бы удалось подключить питание электродвигателя пассажирского лифта к указанному аккумулятору, на какой этаж могла бы подняться кабина лифта, находящаяся на первом этаже? Масса кабины 100 кг, высота каждого этажа дома 3 м. Считать, что аккумулятор может полностью разряжаться без понижения напряжения; массой тяговых тросов лифта и тепловыми потерями энергии пренебречь.

Выберите правильный ответ из предложенных вариантов:

А) На 2 этаж

Б) На 3 этаж

В) На 5 этаж

Г) Нет правильного ответа.

Ответ: В.

<u>Решение</u>

Для решения задачи нужно определить энергию аккумулятора и сравнить ее с потенциальной энергией лифта на разных этажах.

Ёмкость аккумулятора Q, в отличие от электроёмкости конденсатора, представляет собой электрический заряд, который способен накопить аккумулятор. Действительно, размерность Q, выраженная в мА·ч., соответствует произведению силы тока на время - это и является зарядом: $Q = I \cdot t$. Если умножить эту величину на напряжение U, то можно найти энергию аккумулятора, т.е. работу, которую способен совершить электрический ток от аккумулятора при протекании через обмотки электродвигателя лифта: $A = U \cdot I \cdot t = U \cdot Q$.

Эта работа совершается для увеличения потенциальной энергии лифта на величину $E_п = mgh$, т.е. можно приравнять $U \cdot Q = mgh$. Отсюда: $h = \frac{UQ}{mg}$.

При подстановке численных данных необходимо Q перевести в единицы СИ: Q = 2700 мА · ч = 2,7 А · 3600 с = 9720 Кл. В результате расчета получаем высоту подъема лифта h =13,9 м (или 13,6 м, если взять округленно g=10 м/с^2 – это на правильный ответ не повлияет).

В эту высоту укладывается 4 целых промежутка (этажа) по 3 м, и, отсчитывая от первого этажа, получаем, что лифт поднимется на 5 этаж.

Ответ: В (на 5 этаж).

Задание 12

Лазерная указка за 1 с. излучает $N_ф$ = 1 10^{16} фотонов с длиной волны излучения 600 нм. Определите сколько электронов N_e протекает по цепи питания лазера, подключенного к батарейке с напряжением на клеммах U = 1.5 В. Постоянная Планка $h = 6.63 \cdot 10^{-34}$ Дж $\cdot$ с.; скорость света в вакууме с = $3 \cdot 10^8$ м/с.; элементарный заряд е = $1.6 \cdot 10^{-19}$ Кл. Потерями на Джоулево тепло пренебречь.

Выберите правильный вариант ответа:

А) $6.02 \cdot 10^{23}$

Б) $1.4 \cdot 10^{16}$

В) $3 \cdot 10^8$

Г) $1.6 \cdot 10^{19}$

Ответ: Б) $1.4 \cdot 10^{16}$ электронов

<u>Решение</u>

Если энергия одного излучаемого фотона $E_ф$ составляет $E_ф = h\nu = h\frac{c}{\lambda}$, то мощность излучения $N_ф$ фотонов будет составлять $P = N_ф \frac{E_ф}{t} = \frac{N_ф hc}{\lambda t}$. Эта мощность обеспечивается электрическим источником питания: $P = UI$, где сила тока, по определению, это заряд N_e электронов, протекающий в цепи за время t: $I = \frac{N_e e}{t}$. Тогда, после подстановок и преобразований получаем:

$$\frac{N_ф hc}{\lambda t} = U\frac{N_e e}{t} \Rightarrow N_e = \frac{N_ф hc\cancel{t}}{\lambda \cancel{t} Ue} = 1.4 \cdot 10^{16}.$$

Ответ: $1.4 \cdot 10^{16}$